

Name : .....

Roll No. : .....

## नवीन पाठ्यक्रम / New Syllabus

कुल प्रश्नों की संख्या : 29 |  
Total No. of Questions : 29 |

[ कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 11  
[ Total No. of Printed Pages : 11

**O-212204/804-B**

विषय : गणित

Subject : Mathematics

समय : 3 घण्टे ]  
Time : 3 hours ]

[ पूर्णांक : 100  
[ Maximum Marks : 100

सामान्य निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।  
(ii) कैलकुलेटर के प्रयोग को अनुमति नहीं है।

**General Instructions :** (i) All questions are compulsory.  
(ii) Use of calculator is not permitted.

**NM-45B+ (Graph)**

**P.T.O.**

**निर्देश** : (अ) प्रश्न क्रमांक 1 से 4 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 1 अंक निर्धारित है।

**Instruction** : (A) Question Nos. 1 to 4 are very short answer type questions. Each question carries 1 mark.

**प्रश्न-1** यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  हों, तो  $A \cdot B$  का मान ज्ञात कीजिए।

If matrix  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ , then find the value of  $A \cdot B$

**प्रश्न-2** मान ज्ञात कीजिए :  $\int e^x \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

Evaluate :  $\int e^x \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

**प्रश्न-3** सदिश  $\vec{a} = i + j + 2k$  के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the unit vector in the direction of vector  $\vec{a} = i + j + 2k$ .

**प्रश्न-4** अवकल समीकरण की कोटि तथा घात ज्ञात कीजिए :

$$1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = \left( r^2 \frac{d^2y}{dx^2} \right)^{2/3}$$

Find the order and degree of differential equation :

$$1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 = \left( r^2 \frac{d^2y}{dx^2} \right)^{2/3}$$

निर्देश : (ब) प्रश्न क्रमांक 5 से 12 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

**Instruction** : (B) Question Nos. 5 to 12 are short answer type questions.  
Each question carries 2 marks.

प्रश्न-5  $x$  का मान ज्ञात कीजिए यदि  $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$

Find the value of  $x$  if  $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$

प्रश्न-6 सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(x) = 5x - 3$ ,  $x = 0$  पर संतत है।

Prove that function  $f(x) = 5x - 3$  is continuous at  $x = 0$ .

प्रश्न-7 सिद्ध कीजिए  $\tan^{-1} 3 - \tan^{-1} 2 = \tan^{-1} \frac{1}{7}$ .

Prove that  $\tan^{-1} 3 - \tan^{-1} 2 = \tan^{-1} \frac{1}{7}$ .

प्रश्न-8 मान ज्ञात कीजिए  $\int \frac{\sec^2(\log x)}{x} dx$ .

Find the value of  $\int \frac{\sec^2(\log x)}{x} dx$ .

प्रश्न-9 अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = y \sin x$  हल कीजिए।

Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} = y \sin x$ .

प्रश्न-10 यदि एक रेखा  $X$ ,  $Y$  और  $Z$  अक्षों की धनात्मक दिशा के साथ क्रमशः  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  तथा  $30^\circ$  का कोण बनाती है, तो इसकी दिक् कोणार्थ ज्ञान कीजिए।

If a line makes angles  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  and  $30^\circ$  with the positive direction of  $X$ ,  $Y$  and  $Z$  axis respectively, then find the direction cosines of the line

प्रश्न-11 यदि  $P(A) = 0.8$ ,  $P(B) = 0.6$  तथा  $P(A \cap B) = 0.5$  हों, तो  $P\left(\frac{B}{A}\right)$  का मान ज्ञान कीजिए।

If  $P(A) = 0.8$ ,  $P(B) = 0.6$  and  $P(A \cap B) = 0.5$ , find the value of  $P\left(\frac{B}{A}\right)$ .

प्रश्न-12 यदि  $y = \sin(\log x)$  हो, तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञान कीजिए।

If  $y = \sin(\log x)$ , then find the value of  $\frac{dy}{dx}$ .

निर्देश : (म) प्रश्न क्रमांक 13 से 23 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रश्न क्रमांक 14, 16 एवं 18 में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

Instruction : (C) Question Nos. 13 to 23 are long answer type questions. Question Nos. 14, 16 and 18 have internal choice. Each question carries 4 marks.

प्रश्न-13 यदि  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  मात्रक सदिश इस प्रकार हैं कि  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ , तो

$\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$  का मान ज्ञान कीजिए।

If  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  are unit vectors such that  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ , then find the

value of  $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ .

प्रश्न-14 एक घन का आयतन 9 सेमी.<sup>3</sup>/सेकण्ड की दर से बढ़ रहा है। यदि इसका कार का लम्बाई 10 सेमी. है, तो इसके पृष्ठ का क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ?

The volume of a cube is increasing at a rate of 9 cm<sup>3</sup>/sec. How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 10 cm?

अथवा

OR

अंतराल [1, 5] में  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$  द्वारा प्रदत्त फलन के निरपेक्ष उच्चतम और निरपेक्ष निम्नतम मानों को ज्ञात कीजिए।

Find the absolute maximum and absolute minimum values of a function given by  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$  on the interval [1, 5].

प्रश्न-15 सिद्ध कीजिए

$$\begin{vmatrix} x & x+y & x+2y \\ x+2y & x & x+y \\ x+y & x+2y & x \end{vmatrix} = 9y^2(x+y)$$

Prove that

$$\begin{vmatrix} x & x+y & x+2y \\ x+2y & x & x+y \\ x+y & x+2y & x \end{vmatrix} = 9y^2(x+y)$$

प्रश्न-16 सिद्ध कीजिए

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

[4]

Prove that

$$\sin^{-1} \frac{3}{5} - \sin^{-1} \frac{8}{17} = \cos^{-1} \frac{84}{85}$$

अथवा

OR

यदि  $\tan^{-1} \frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$  हो, तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $x$  if  $\tan^{-1} \frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$ .

प्रश्न-17 यदि  $A$  तथा  $B$  दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो  $A$  या  $B$  में से न्यूनतम एक के होने की प्रायिकता  $= 1 - P(A') P(B')$  सिद्ध कीजिए।

[4]

If  $A$  and  $B$  are two independent events, then the probability of occurrence of at least one of  $A$  and  $B$  is equal to  $1 - P(A') P(B')$ . Prove.

प्रश्न-18 सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  में  $R = \{(a, b) : \text{संख्या } 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है}\}$  द्वारा प्रदत्त संबंध  $R$  एक तुल्यता संबंध है।

[4]

Prove that the relation  $R$  in set of integers  $Z$  given by  $R = \{(a, b) :$

$(a - b)$  is divisible by number 2} is an equivalence relation.

111

अथवा

OR

यदि  $f: R \rightarrow R$  तथा  $g: R \rightarrow R$  फलन क्रमशः  $f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  द्वारा परिभाषित है, तो  $g \circ f$  तथा  $f \circ g$  ज्ञात कीजिए। सिद्ध कीजिए  $g \circ f \neq f \circ g$ .

Find  $g \circ f$  and  $f \circ g$  if  $f: R \rightarrow R$  and  $g: R \rightarrow R$  are given by  $f(x) = \cos x$  and  $g(x) = 3x^2$ . Show that  $g \circ f \neq f \circ g$ .

प्रश्न-19 यदि  $x = a(\cos t + t \sin t)$  और  $y = a(\sin t - t \cos t)$ , तो  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए।

If  $x = a(\cos t + t \sin t)$  and  $y = a(\sin t - t \cos t)$ , then find  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

प्रश्न-20 अवकलन समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए :

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx \quad (x \neq 0)$$

Find the general solution of the differential equation :

$$(1 + x^2)dy + 2xy dx = \cot x dx \quad (x \neq 0)$$

NM-45B+

प्रश्न-21 मान ज्ञात कीजिए :

[4]

$$\int e^x \left( \tan^{-1} x + \frac{1}{1+x^2} \right) dx$$

Evaluate :

$$\int e^x \left( \tan^{-1} x + \frac{1}{1+x^2} \right) dx$$

प्रश्न-22 सदिशों  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{b} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}$  प्रत्येक पर लंब मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

[4]

Find unit vector normal to the vectors  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 7\hat{k}$ .

प्रश्न-23 दो थैले A और B दिए हैं। थैले A में 3 लाल और 4 काली गेंदें हैं जबकि थैले B में 5 लाल और 6 काली गेंदें हैं। किसी एक थैले से यदृच्छया एक गेंद निकाली गई है, जो कि लाल रंग की है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि यह गेंद थैले B से निकाली गई है ?

[4]

Two bags A and B are given. Bag A contains 3 red and 4 black balls while another bag B contains 5 red and 6 black balls. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from bag B.



**निर्देश** : (द) प्रश्न क्रमांक 24 से 29 तक दीर्घ उत्तरोत्तर प्रश्न हैं। प्रश्न क्रमांक 26 एवं 29 में आंतरिक विकल्प का प्रावधान है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

**Instruction** : (D) Question Nos. 24 to 29 are long answer type questions. Question Nos. 26 and 29 have internal choice. Each question carries 6 marks.

**प्रश्न-24** यदि  $y = (\tan^{-1}x)^2$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$ .

If  $y = (\tan^{-1}x)^2$ , prove that  $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$ .

**प्रश्न-25**  $\int_0^{\pi/2} \log(\sin x) dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $\int_0^{\pi/2} \log(\sin x) dx$ .

**प्रश्न-26** प्रथम चतुर्थांश में हल  $x^2 + y^2 = 4$  एवं रेखाओं  $x = 0, x = 2$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area lying in the first quadrant and bounded by the circle  $x^2 + y^2 = 4$  and the lines  $x = 0, x = 2$ .

**अथवा**

**OR**

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the ellipse  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

NM-45B+

प्रश्न-27 आव्यूह विधि से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$x + y + z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

$$x - 2y + 3z = 2$$

Solve the following system of equations by matrix method :

$$x + y + z = 3$$

$$2x - y + z = 2$$

$$x - 2y + 3z = 2$$

प्रश्न-28 आलेखीय विधि द्वारा रेखीय प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए निम्न व्यक्तियों के अंतर्गत

$$x + 2y \geq 10, 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0$$

$Z = 200x + 500y$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

[6]

Solve the linear programming problem graphically subject to the constraints

$$x + 2y \geq 10, 3x + 4y \leq 24, x \geq 0, y \geq 0$$

Find the minimum value of  $Z = 200x + 500y$ .

प्रश्न-29 रेखाओं  $\vec{r} = (i + 2j + k) + \lambda(i - j + k)$  और

$$\vec{r} = (2i - j - k) + \mu(2i + j + 2k)$$

के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

[6]

Find the shortest distance between the lines

$$\vec{r} = (i + 2j + k) + \lambda(i - j + k) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (2i - j - k) + \mu(2i + j + 2k)$$

[ 11 ]

अथवा

OR

उस समतल का सदिश तथा कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जो बिन्दु  $(5, 2, -4)$  से जाता है, और  $(2, 3, -1)$  दिक् अनुपात वाली रेखा पर लंब है।

Find the vector and Cartesian equation of the plane which passes through the point  $(5, 2, -4)$  and perpendicular to the line with direction ratio  $(2, 3, -1)$ .

.....

downloaded from

StudentSuvidha.com